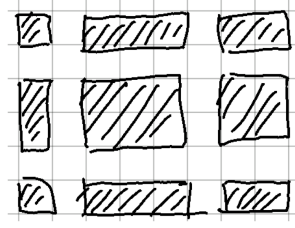
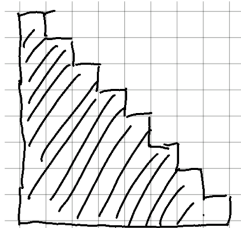


2. ПРАВИЛА СУММЫ И ПРОИЗВЕДЕНИЯ

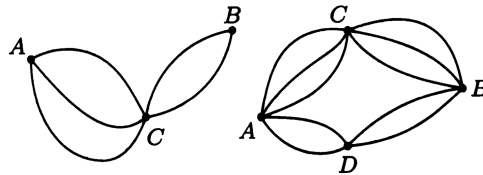
1° Сколько существует различных способов усадить четырёх человек за круглый стол? Способы считаются различными, если хотя бы у одного человека сосед слева или справа отличается.

2° Сколько клеток попало в заштрихованную часть на

а) первом рисунке? б) втором рисунке?



в) Сколькими способами можно проехать из города A в город B , проезжая по пути не более чем через один город, если города соединены дорогами так, как это показано на рисунках?



3 Сколькими способами могут располагаться на шахматной доске белый и чёрный короли так, чтобы они не били друг друга?

4° Сколько существует трёхзначных чисел, делящихся хотя бы на одно из чисел 9 и 15?

5 Выпишем все числа от 1 до 1000.

а) Сколько цифр 7 при этом будет использовано?

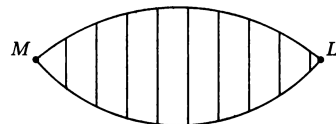
б) Сколько из них используют цифру 7 в своей записи?

6° а) Сколько можно составить различных (не обязательно осмысленных) слов из k букв, используя русский алфавит?

б) А если потребовать, чтобы буквы в словах не повторялись?

в) Сколькими способами можно переставить буквы в слове из k различных букв?

7° Из M в L ведут две шоссе-ные дороги, которые соединены девятью просёлочными. Сколькими способами можно проехать из M в L , не проезжая ни один перекрёсток дважды?



8° Компьютерная память хранит двоичные слова длины 64 — последовательности из 64 битов (бит — это нуль или единица). Сколько разных двоичных слов бывает?

9 Азбука Морзе кодирует буквы и цифры последовательностями сигналов двух типов (точка и тире), длины от 1 до 5. Можно ли обойтись более короткими последовательностями?

10° На дереве растут n различных яблок. Сколькими способами можно сорвать несколько из них? Можно сорвать от 0 до n яблок, порядок в котором мы срываем яблоки значения не имеет.

11 Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых

а) не встречаются цифры 5 и 7;

б) две одинаковые цифры не идут подряд;

- в) есть четные и нечетные цифры;
 г) есть хотя бы две одинаковые цифры?

12* а) Фабрика игрушек выпускает разноцветные кубики. У всякого кубика каждая грань окрашена целиком одной из шести красок, имеющихся на фабрике, причём все цвета присутствуют. Сколько видов кубиков выпускает фабрика? б) Та же задача, но для тетраэдра (всего 4 краски).

13* Пусть k — максимальное количество слонов, которое можно поставить на клетчатую доску размером $2n \times m$ так, чтобы они не били друг друга. Покажите, что k чётно и что число способов расстановки k слонов, не бьющих друг друга, есть точный квадрат.

14* Семь учеников решили вместе покататься

- а) на аттракционе «поезд», состоящем из 7 одноместных вагончиков;
 б) на карусели, у которой 7 мест;
 в) на поезде из 10 одноместных вагончиков;
 г) на карусели, у которой 10 мест;
 д) на поезде из 7 двухместных вагончиков.

Сколькими способами они смогут это сделать? Места карусели не отличаются, она вращается по кругу.

15* а) «Чертово колесо» состоит из p одинаковых кабинок (p — простое число). Каждую кабинку можно покрасить в один из n цветов. Сколько есть способов раскраски?

б) (Малая теорема Ферма) Выведите из предыдущего пункта, что $n^p - n$ делится на p при любом натуральном числе n и любом простом числе p .